Chapitre 4.2a – Trajectoire d'une particule dans un champ magnétique

Mouvement dans un champ magnétique uniforme

Considérons une charge positive q se déplaçant à vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ où la vitesse est entièrement perpendiculaire au champ magnétique ($\vec{v} \perp \vec{B}$) :

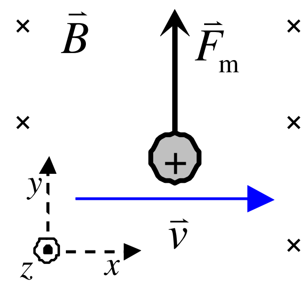
<u>Avec :</u> $\vec{B} = -B\ \vec{k}$ et $\vec{v} = v\ \vec{i}$

$$\vec{F}_\mathrm{m} = q\ \vec{v} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_\mathrm{m} = q\left(v\ \vec{i}\right) \times \left(-B\ \vec{k}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_\mathrm{m} = -qvB\left(\vec{i} \times \vec{k}\right)$$

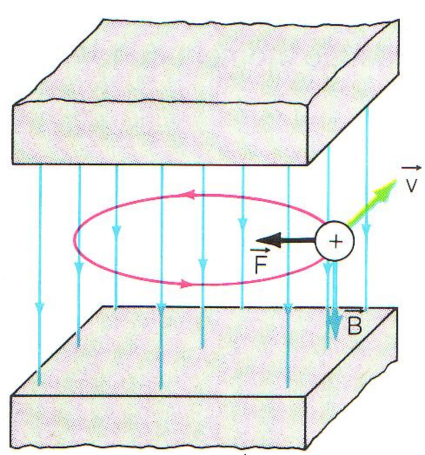
$$\Rightarrow \quad \vec{F}_\mathrm{m} = -qvB\left(-\vec{j}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{F}_\mathrm{m} = qvB\ \vec{j}}$$



On réalise que :

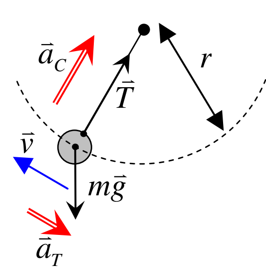
- La **force magnétique** $\vec{F}_\mathrm{m}$ est toujours **perpendiculaire** à la vitesse $\vec{v}$ et au **champ magnétique** $\vec{B}$ simultanément en tout temps en raison du produit vectoriel $\vec{v} \times \vec{B}$.
- La **travail** effectué par la **force magnétique** est **toujours nul**, car $W = F\,s\cos(90°) = 0$. Ainsi, le module du la vitesse v de la particule demeure constant sous l'action d'une force magnétique.
- La **force magnétique** joue le rôle d'une **force centripète**. Ainsi, une particule plongée dans un champ magnétique va effectuer une trajectoire circulaire de rayon R dans un plan perpendiculaire au champ magnétique (autour de $\vec{B}$).



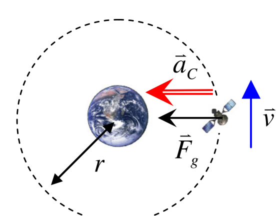
Trajectoire d'un proton[1] dans un champ magnétique uniforme

On peut comparer la force magnétique à :

La **tension** appliquée par une corde sur un objet en rotation sur une trajectoire circulaire.



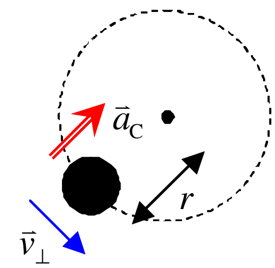
La **force gravitationnelle** qui permet à un satellite de demeurer sur son orbite circulaire autour de la terre.



[1] L'image provient du livre Harris Benson , Physique II, Électricité et magnétisme, page 148

L'accélération centripète

En mécanique, un objet effectuant une trajectoire circulaire à vitesse constance doit subir une **accélération centripète**[2] orientée vers le centre de la trajectoire circulaire. Le module de cette accélération a_C dépend de la vitesse v et du rayon r de la trajectoire circulaire :



$$a_C = \frac{v_\perp^2}{r}$$

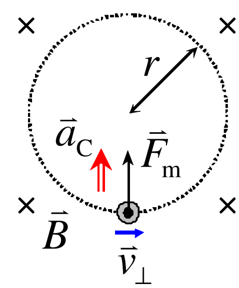
où a_C : Accélération centripète **orientée** vers le **centre** de la **trajectoire circulaire** (m/s^2)

$v_\perp$: Module de la vitesse de l'objet **sur** la trajectoire circulaire ($v \perp a_C$) (m/s)

r : Rayon de la trajectoire circulaire (m)

Le rayon de la trajectoire circulaire d'une particule chargée

En raison de la force magnétique toujours perpendiculaire à la vitesse d'une particule, une particule de charge q se déplaçant à vitesse $v_\perp$ dans un champ magnétique de module B effectue une trajectoire circulaire de rayon r selon l'équation suivante :



$$r = \frac{mv_\perp}{qB}$$

où r : Rayon de la trajectoire circulaire (m)

m : Masse de la particule (kg)

$v_\perp$: Module de la vitesse de la particule dans le plan de la trajectoire circulaire (m/s)

q : Charge électrique de la particule (C)

B : Module du champ magnétique (T)

<u>Preuve :</u>

Évaluons le rayon r de la trajectoire circulaire qui sera effectuée par une particule de chaque q voyageant à vitesse v dans un champ magnétique constant B. Pour ce faire, utilisons la 2^{ième} loi de Newton et la définition de l'accélération centripète :

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$ $\Rightarrow$ $F_m = ma_C$ (Force magnétique F_m parallèle à a_C)

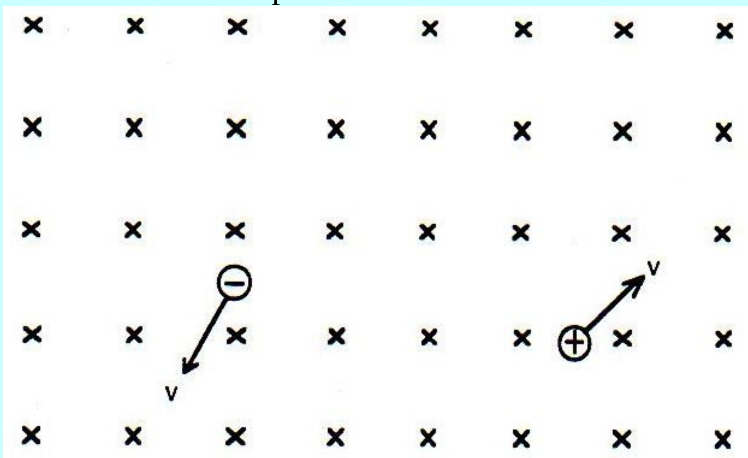
$\Rightarrow$ $qv_\perp B = m\dfrac{v_\perp^2}{r}$ ($F_m = qv_\perp B$ et $a_C = \dfrac{v_\perp^2}{r}$)

$\Rightarrow$ $\boxed{r = \dfrac{mv_\perp}{qB}}$ (Isoler r)

---

[2] Rappel en mécanique : Physique XXI Volume A, chapitre 1.12 et 2.7

Situation A : *Trajectoire qualitative*. On désire dessiner qualitativement la trajectoire de deux particules en se basant sur la représentation ci-dessous.



La chambre à bulle

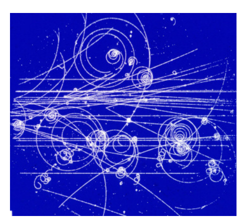

Donald A. Glaser
(1926)

La chambre à bulle est un détecteur de particules qui permet de mesure la trajectoire de celles-ci. Elle fut inventée en 1952 par le physicien américain Donald Arthur Glaser et un prix Nobel de physique fut accordé à cette découverte en 1960.

La chambre à bulle est constituée d'une cuve habituellement rempli habituellement d'hydrogène liquide plongée dans un champ magnétique. Le liquide est maintenu à une température légèrement inférieure à sa température de vaporisation[3].


Chambre à bulle

Lorsque des particules entre en contact avec le liquide, les particules perdent de l'énergie cinétique et le liquide gagne cette l'énergie. Avec cette énergie supplémentaire, le liquide peut atteinte la température requise pour changer de phase et se transformer en gaz formant ainsi des bulles d'hydrogène. Une caméra photographie la création successive des bulles ce qui permet de retracer la trajectoire des particules.

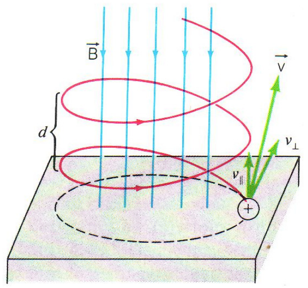

Trajectoires mesurées au CERN
dans une chambre à bulle.

Le champ magnétique a pour but de forcer les particules chargées à effectuer des trajectoires circulaires ce qui permet de mesure indirectement la masse et la charge des particules qui ont voyagées dans la chambre à bulle. Puisque les particules perdent de l'énergie, les trajectoires circulaires forment des spirales dont le rayon diminue avec le temps.

[3] La vaporisation est le changement de phase de l'état liquide à l'état gazeux.

Le mouvement hélicoïdal

Une charge positive q se déplaçant à vitesse $\vec{v}$ dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ où la vitesse <u>n'est pas entièrement</u> perpendiculaire au champ magnétique est un mouvement hélicoïdal.



Trajectoire hélicoïdale[4] d'un proton dans un champ magnétique uniforme.

<u>Décomposition de la vitesse :</u>

$$\vec{v} = \vec{v}_{//} + \vec{v}_{\perp}$$

et

$$\vec{B} \,//\, \vec{v}_{//}$$

$$\vec{B} \perp \vec{v}_{\perp}$$

<u>Deux trajectoires superposées :</u>

- Rectiligne avec $\vec{v}_{//}$
- Circulaire avec $\vec{v}_{\perp}$

<u>Trajectoire rectiligne :</u> (Parallèle à $\vec{B}$)

La vitesse $\vec{v}_{//}$ produit une trajectoire rectiligne à vitesse constante parallèle à $\vec{B}$, car il n'y a pas de force appliquée sur la particule avec cette composante de vitesse :

$$\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_{\mathrm{m}} = q\left(\vec{v}_{//}\right) \times \vec{B} \qquad \text{(Remplacer } \vec{v} \to \vec{v}_{//}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_{\mathrm{m}} = q\, v_{//} B \sin(0°)\hat{n} \qquad (\theta_{\vec{v}_{//}\vec{B}} = 0°)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{F}_{\mathrm{m}} = 0} \qquad (\sin(0°) = 0)$$

<u>Trajectoire circulaire :</u> (Perpendiculaire à $\vec{B}$)

La vitesse $\vec{v}_{\perp}$ produit une trajectoire circulaire de rayon r dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$, car il y a une force magnétique appliquée sur la particule avec cette composante de vitesse :

$$\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_{\mathrm{m}} = q\left(\vec{v}_{\perp}\right) \times \vec{B} \qquad \text{(Remplacer } \vec{v} \to \vec{v}_{\perp}\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_{\mathrm{m}} = q\, v_{\perp} B \sin(90°)\hat{n} \qquad (\theta_{\vec{v}_{\perp}\vec{B}} = 90°)$$

$$\Rightarrow \quad q\, v_{\perp} B = m\frac{v^2}{r} \qquad (\sin(90°) = 1)$$

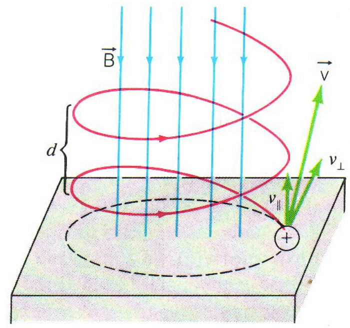
$$\Rightarrow \quad \boxed{r = \frac{mv_{\perp}}{qB}} \qquad \text{(Isoler } r\text{)}$$

[4] L'image provient du livre Harris Benson , Physique II, Électricité et magnétisme, page 149

La période et le pas d'un mouvement hélicoïdal

La **période** du mouvement hélicoïdal d'une particule chargée en mouvement dans un champ magnétique ne dépend pas de la vitesse de la particule. La période T est uniquement influencée par le module du champ magnétique B, de la charge q et de la masse m de la particule :

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$



Mouvement hélicoïdale

Le **pas** du mouvement hélicoïdal d correspond à la distance parcourue par la particule dans le sens du champ magnétique après avoir effectué un tour complet du mouvement hélicoïdal. Cette distance dépend de la période T du mouvement ainsi que du module de la vitesse de la particule $v_{//}$ dans le sens du champ magnétique B :

$$d = \frac{2\pi\ v_{//} m}{qB}$$

où T : Période du mouvement circulaire du mouvement hélicoïdal (s)
d : Pas du mouvement hélicoïdal (m)
m : Masse de la particule (kg)
q : Charge électrique de la particule (C)
$v_{//}$: Module de la vitesse de la particule dans le sens du champ B (m/s)
B : Module du champ magnétique (T)

Preuve :

Évaluons le temps requis pour effectuer un tour le long d'une trajectoire circulaire de rayon r pour une particule chargée dans un champ magnétique B :

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{v_{\perp}}\left(\frac{mv_{\perp}}{qB}\right)$$ (Remplacer $v = v_{\perp}$ et $r = mv_{\perp}/qB$)

$$\Rightarrow \quad \boxed{T = \frac{2\pi m}{qB}}$$ (Simplifier, la période T est constante)

Évaluons la distance parcourue à vitesse $v_{//}$ dans le sens du champ magnétique durant une période T à l'aide de l'équation de la cinématique :

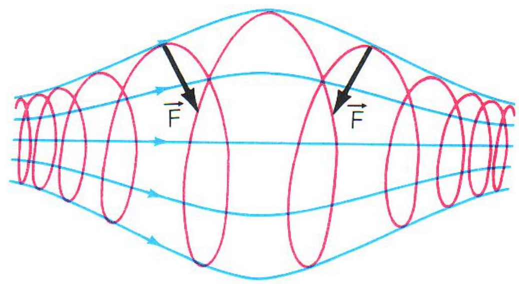
$$d = v_{//} T \quad \Rightarrow \quad d = v_{//}\left(\frac{2\pi m}{qB}\right)$$ (Remplacer T)

$$\Rightarrow \quad \boxed{d = \frac{2\pi\ v_{//} m}{qB}}$$ (Isoler d)

Le mouvement hélicoïdal dans un champ non constant

Un mouvement hélicoïdal dans un champ magnétique rectiligne non constant a pour conséquence de produire une hélice dont le rayon varie.

À l'aide de cette situation, on observe qu'une particule chargée désire tourner autour du champ magnétique $\vec{B}$ dans le sens prescrit par la règle de la main droite sans augmenter le module de sa vitesse.



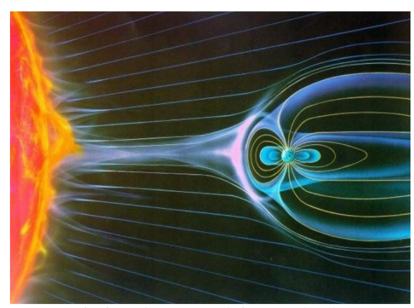
Trajectoire hélicoïdale non régulière[5] (principe de la « bouteille magnétique ») d'une particule chargée dans un champ magnétique non constant.

Avec $r = mv / qB$, nous avons $r \propto 1/B$:

- Si le champ magnétique $B \uparrow \quad \Rightarrow \quad r \downarrow$.
- Si le champ magnétique $B \downarrow \quad \Rightarrow \quad r \uparrow$.
- Si l'orientation du champ magnétique change, alors le plan de la trajectoire circulaire change.

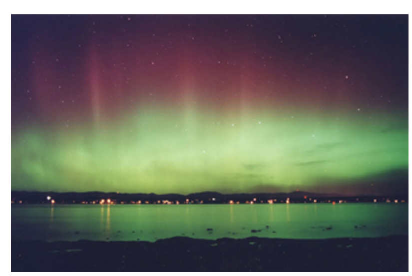
Vent solaire et aurore polaire

Le Soleil expulse près de $1 \times 10^{9}\,\mathrm{kg}$ par seconde de matière sous forme de plasma[6] constitué en grande majorité d'hydrogène ionisé (H^{+}), d'hélium ionisé (He^{2+}) et d'électron. Ces particules se déplacent en moyenne à 450 km/s. Puisque ces particules sont chargées, leurs trajectoires initialement rectilignes sont déviées par le champ magnétique de la Terre ce qui évite à celle-ci d'être trop bombardée par ces particules très énergétiques.



Déviation du vent solaire par le champ magnétique terrestre

Par contre, un certain nombre de ces particules sont redirigés vers les pôles de la Terre et sont ralenties en haute atmosphère (ionosphère) ce qui provoque une excitation des gaz. La désexcitation du gaz engendre la production de lumière et l'ensemble du phénomène porte le nom d'aurore polaire (aurore boréale dans l'hémisphère nord).



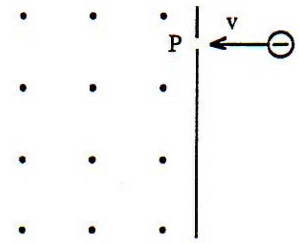
Aurore polaire

[5] L'image provient du livre Harris Benson , Physique II, Électricité et magnétisme, page 149
[6] Un plasma est un état de la matière constitué de particules ionisées (donc chargées électriquement).

Exercice

<u>Référence :</u> Note Science Santé - Chapitre 7 - Question 12

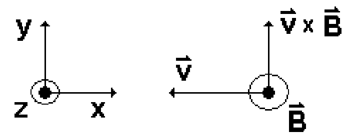
Un électron pénètre par l'ouverture P d'une plaque, dans une région où le champ magnétique B est constant, tel que montré. Calculez à quelle distance de P, et après combien de temps, l'électron va frapper la plaque, sachant que $v = 1{,}6\times10^{5}$ m/s et $B = 10^{-2}$ T.



Solution

<u>Référence :</u> Note Science Santé - Chapitre 7 - Question 12

Évaluons $\vec{F}$:



- $\vec{v} = -1{,}6\times10^{5}\,\vec{i}$ m/s
- $\vec{B} = 1\times10^{-2}\,\vec{k}$ T

$$\vec{F} = q\ \vec{v}\times\vec{B} = (-e)\left(-1{,}6\times10^{5}\,\vec{i}\right)\times\left(1\times10^{-2}\,\vec{k}\right)$$

$\Rightarrow \quad \vec{F} = (-e)\left(-1{,}6\times10^{5}\,\vec{i}\right)\times\left(1\times10^{-2}\,\vec{k}\right)$

$\Rightarrow \quad \vec{F} = 1600e\ \left(\vec{i}\times\vec{k}\right)$

$\Rightarrow \quad \vec{F} = 1600\left(1{,}6\times10^{-19}\right)\left(-\vec{j}\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{F} = -2{,}56\times10^{-16}\,\vec{j}\ \text{N}}$

Avec la trajectoire circulaire :

$$\sum F = ma_C = m\frac{v_C^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{m_e v_C^2}{F} = \frac{\left(9{,}1\times10^{-31}\right)\left(1{,}6\times10^{5}\right)^2}{\left(2{,}56\times10^{-16}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad R = 9{,}1\times10^{-5}\,\text{m}$$

<u>Distance à P :</u> $D = 2R = 2\left(9{,}1\times10^{-5}\right) \quad \Rightarrow \quad D = 18{,}2\times10^{-5}\,\text{m}$

<u>Temps :</u> Circonférence $= 2\pi R$
½ Circonférence $= \pi R$

$$t = \frac{\text{½Cir}}{v} = \frac{\pi R}{v} = \frac{\pi\left(9{,}1\times10^{-5}\right)}{1{,}6\times10^{5}} \quad \Rightarrow \quad t = 17{,}9\times10^{-10}\,\text{s}$$